

UNIDAD 0 - PARA EMPEZAR...

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado

$$e) \frac{x+3}{8} - \frac{3x-3}{6} = \frac{x+1}{3} + \frac{x+7}{12}$$

$$\frac{3(x+3) - 4(3x-3)}{24} = \frac{8(x+1) + 2(x+7)}{24}$$

$$3x+9-12x+12 = 8x+8+2x+14$$

$$3x-12x-8x-2x = 8+14-12-9$$

$$-19x = 1$$

$$x = -\frac{1}{19}$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

$$c) x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$\begin{array}{|l} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{array}$$

4. Resuelve estas ecuaciones bicuadradas

$$a) x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$y^2 - 13y + 36 = 0$$

$$y = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2}$$

$$= \begin{array}{l} y_1 = \frac{13+5}{2} = 9 \\ y_2 = \frac{13-5}{2} = 4 \end{array}$$

$$y_1 = 9 \begin{cases} x_1 = +\sqrt{9} = 3 \\ x_2 = -\sqrt{9} = -3 \end{cases}$$

$$y_2 = 4 \begin{cases} x_3 = +\sqrt{4} = 2 \\ x_4 = -\sqrt{4} = -2 \end{cases}$$

1. Resuelve la siguiente ecuación de primer grado:

$$b) \frac{5x-3}{7} - \frac{8-x}{3} = \frac{1x}{2} - \frac{4 \cdot (4x+2)}{5}$$

$$\frac{30(5x-3) - 70(8-x)}{210} = \frac{105(7x) - (42 \cdot 4)(4x+2)}{210}$$

$$30(5x-3) - 70(8-x) = 105 \cdot (7x) - (42 \cdot 4)(4x+2)$$

$$150x - 90 - 560 + 70x = 735x - 168(4x+2)$$

$$150x - 90 - 560 + 70x = 735x - 672x - 336$$

$$150x + 70x - 735x + 672x = -336 + 90 + 560$$

$$157x = 314$$

$$x = \frac{314}{157}$$

$$\boxed{x = 2}$$

2. Resuelve esta ecuación de segundo grado incompleta.

$$d) 2x^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

4. Resuelve esta ecuación bicuadrada.

$$c) x^4 - 18x^2 + 81 = 0$$

$$y^2 - 18y + 81 = 0$$

$$y = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81}}{2} = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 324}}{2} = \frac{18 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$= \frac{18 \pm 0}{2} = y_1 = \frac{18+0}{2} = 9$$

$$y_2 = \frac{18-0}{2} = 9$$

$$y_1 = 9 \begin{cases} x_1 = +\sqrt{9} = 3 \\ x_2 = -\sqrt{9} = -3 \end{cases}$$

$$y_2 = 9 \begin{cases} x_3 = +\sqrt{9} = 3 \\ x_4 = -\sqrt{9} = -3 \end{cases}$$

$$1. g) \frac{5x-4}{7} - \frac{3(x-1)}{5} = \frac{13 \cdot (x-3)}{35} - \frac{3x-8}{7}$$

$$\frac{5x-4}{7} - \frac{3x-3}{5} = \frac{13x-39}{35} - \frac{3x-8}{7}$$

$$\frac{5(5x-4) - 7(3x-3)}{35} = \frac{13x-39 - 5(3x-8)}{35}$$

$$25x - 20 - 21x + 21 = 13x - 39 - 15x + 40$$

$$25x - 21x - 13x + 15x = 40 - 39 - 21 + 20$$

$$6x = 0$$

$$x = \frac{0}{6}$$

$$\boxed{x = 0}$$

Pag 27: ej 20 (b, c, d).

20. Introduce dentro del radical:

$$b) 15 \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5 \cdot 15^3}$$

$$c) 3 \sqrt[4]{4^3} = \sqrt[4]{4^3 \cdot 3^4}$$

$$d) 2^4 \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 2^8} = \sqrt{2^9}$$

Pag 40: ej 24 (a, b, c y d)

24. Simplifica los siguientes radicales, extrayendo todos los factores posibles:

$$a) \sqrt{3^3 \cdot 5^6 \cdot 2^4} = 3 \cdot 5^3 \cdot 2^2 \sqrt{3}$$

$$b) \sqrt[3]{725 \cdot b^6} = \sqrt[3]{5^2 \cdot 29 \cdot b^6} = b^2 \sqrt[3]{5^2 \cdot 29} = b^2 \sqrt[3]{725}$$

$$c) \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} = 3 \sqrt[3]{2}$$

$$d) \sqrt[3]{-375} = \sqrt[3]{-3 \cdot 5^3} = -5 \sqrt[3]{3}$$

$$e) \sqrt{\frac{27}{4}} = \sqrt{\frac{3^3}{2^2}} = \frac{3}{2} \sqrt{3}$$

$$f) 4 \sqrt{8b^3a^7} = 4 \sqrt{2^3 b^3 a^7} = 4 \cdot 2 \cdot b \cdot a^3 \sqrt{2 \cdot b \cdot a} = 8 a^3 b \sqrt{2ab}$$

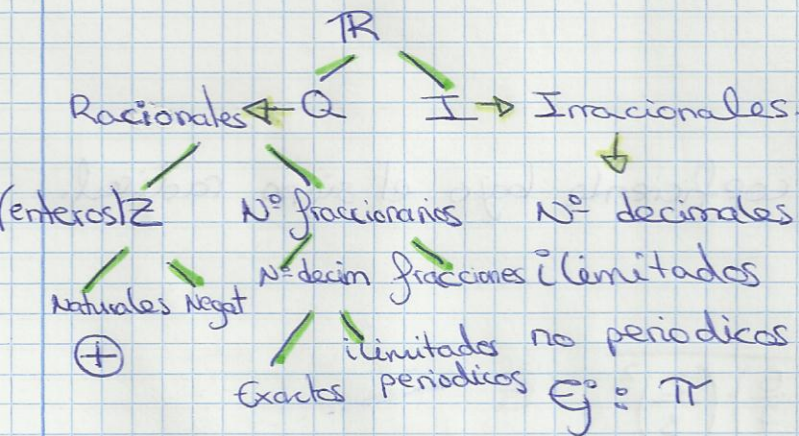
$$g) \sqrt{9a^6 - 3a^9} = \sqrt{3^2 a^6 - 3a^9} = \sqrt{3a^6(3 - a^3)} = a^3 \sqrt{3(3 - a^3)}$$

$$h) \sqrt{a^2 b^5 + a b^2} = \sqrt{a b^2 (a b^3 + 1)} = b \sqrt{a(a b^3 + 1)}$$

Tema 1 - Números Reales

1. Los Números Reales

↳ 1.1 - Esquema nº reales.



La diferencia entre los números racionales es: que los números racionales se pueden poner en forma de fracción y los números irracionales es imposible.

↳ 1.2 - Operaciones con radicales.

a) Introducción de factores en un radical.

$$a \cdot \sqrt{b} = \sqrt{b \cdot a^2} = \sqrt{a^2 b}$$

$$a^2 b \sqrt[5]{c} = \sqrt[5]{c b^5 a^{10}} = \sqrt[5]{a^{10} \cdot b^5 \cdot c}$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{3} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 3} = \sqrt{\frac{1}{16} \cdot 3} = \sqrt{\frac{3}{16}}$$

b) Extracción de factores de un radical:

$$2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt{3^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{2^5 \cdot 3^6} = 2 \cdot 3^2 \sqrt[3]{2^2} = 18 \sqrt[3]{2^2}$$

$$\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12\sqrt{1} = 12.$$

$$\sqrt[3]{1225} = \sqrt[3]{5^2 \cdot 7^2}$$

$$\sqrt[4]{2000} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 5^3} = 2\sqrt[4]{5^3}$$

Pag 40: ej 25.

25. Introduce el coeficiente bajo el signo radical.

$$a) 6\sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 6^2}$$

$$b) \frac{2}{3} \sqrt[3]{-\frac{5}{7}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3}$$

$$c) 3a\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{b(3a)^3} = \sqrt[3]{3^3 a^3 b}$$

$$d) 3\sqrt[4]{\frac{27}{25}} = \sqrt[4]{\frac{27}{25} \cdot 3^4}$$

Pag 40: ej 22(a, b, c, d).

22. Realiza las siguientes multiplicaciones de radicales:

$$a) \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{12 \cdot 3 \cdot 27} = \sqrt{972}$$

$$b) \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{25 \cdot 5} = \sqrt[3]{5^3} = 5$$

$$c) \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{10} = \sqrt[12]{3^6 \cdot 5^4 \cdot 10^3}$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{125}{612}} \cdot \sqrt{\frac{256}{729}} = \sqrt[6]{\left(\frac{125}{612}\right)^2 \cdot \left(\frac{256}{729}\right)^3} = \sqrt[6]{\frac{(5^3)^2}{(2 \cdot 256)^2} \cdot \frac{256^3 \cdot 256}{729^3}}$$

$$= \sqrt[6]{\frac{5^6}{2^2 \cdot 256^2} \cdot \frac{256^3 \cdot 256}{729^3}} = \sqrt[6]{\frac{5^6 \cdot 64}{729^3}} = \sqrt[6]{\frac{5^6 \cdot 2^6}{(3^6)^3}} = \frac{5 \cdot 2}{3^3}$$

c) Multiplicación de radicales

$$1^{\text{er}} \text{ CASO} \rightarrow \sqrt[3]{ab} \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot c^3} = \sqrt[3]{a^3 b c^3}$$

$$2^{\text{er}} \text{ CASO} \rightarrow \sqrt{5a} \cdot \sqrt[3]{6a^2 b} = \sqrt[6]{(5a)^3 \cdot (6a^2 b)^2} = \\ = \sqrt[6]{5^3 a^3 6^2 a^4 b^2} = \sqrt[6]{5^3 \cdot 6^2 a^7 b^2}$$

d) Suma y resta de radicales

$$1^{\text{er}} \text{ CASO} \rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \left(1 + \frac{1}{2}\right)\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} - \frac{1}{3}\sqrt{50} + 5\sqrt{32} = \sqrt{2 \cdot 3^2} - \frac{1}{3}\sqrt{2 \cdot 5^2} + 5\sqrt{2^5}$$

$$= 3\sqrt{2} - \frac{1}{3} \cdot 5\sqrt{2} + 5\sqrt{2^4 \cdot 2} =$$

$$= 3\sqrt{2} - \frac{1}{3} \cdot 5\sqrt{2} + 5 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - \frac{5}{3}\sqrt{2} + 20\sqrt{2} =$$

$$= \left(3 - \frac{5}{3} + 20\right)\sqrt{2} = \left(\frac{9 - 5 + 60}{3}\right)\sqrt{2} = \frac{64}{3}\sqrt{2}$$

$$c) 3\sqrt{5} + 2\sqrt{12} - \sqrt{125} - 2\sqrt{27} =$$

$$= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{5^3} - 2\sqrt{3^3} =$$

$$= 3\sqrt{5} + 2 \cdot 2\sqrt{3} - \sqrt{5^2 \cdot 5} - 2\sqrt{3^2 \cdot 3} =$$

$$= 3\sqrt{5} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{5} - 2 \cdot 3\sqrt{3} =$$

$$= -2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} = -2(\sqrt{5} + \sqrt{3})$$

Pag 40: ej 22(e, f), 27(a, b) y 29(a)

22. Realiza las siguientes multiplicaciones de radicales:

$$\begin{aligned} \text{e) } \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[4]{ab^3} \cdot \sqrt[4]{57} \cdot \sqrt[3]{x} &= \sqrt[12]{(a^3)^6 \cdot (ab^3)^3 \cdot (57)^3 \cdot x^4} = \\ &= \sqrt[12]{a^{18} \cdot a^3 b^9 \cdot 57^3 \cdot x^4} = \sqrt[12]{a^{21} b^9 57^3 \cdot x^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot b} \cdot \sqrt[6]{a^3 \cdot b^2} &= \sqrt[6]{a^3 \cdot (a^2 b)^2 \cdot a^3 b^2} = \sqrt[6]{a^3 a^4 b^2 a^3 b^2} = \\ &= \sqrt[6]{a^{10} b^4} \end{aligned}$$

27. Calcula y simplifica.

$$\text{a) } 3 : \sqrt[3]{3} : \sqrt{3} = \frac{3}{\sqrt[3]{3}} : \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{3}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt[6]{3^2 \cdot 3^3}} = \frac{3}{\sqrt[6]{3^5}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[6]{27} : \sqrt[4]{9} &= \sqrt[12]{27^2 : 9^3} = \sqrt[12]{(3^3)^2 : (3^2)^3} = \sqrt[12]{3^6 : 3^6} = \sqrt[12]{3^0} = \\ &= \sqrt[12]{1} = 1 \end{aligned}$$

29. Realiza la siguiente operación

$$\begin{aligned} \text{a) } 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - \frac{1}{7}\sqrt{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2} &= \left(3 + 1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{4}\right)\sqrt{2} = \\ &= \left(\frac{84 + 28 - 4 + 7}{28}\right)\sqrt{2} = \frac{115}{28}\sqrt{2} \end{aligned}$$

Pag 30: 29(a)

29. Realiza estas operaciones:

$$\begin{aligned} \text{a) } 3\sqrt{5} - \frac{1}{3}\sqrt{5} + \frac{3}{4}\sqrt{5} &= \left(3 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right)\sqrt{5} = \\ &= \left(\frac{36 - 4 + 9}{12}\right)\sqrt{5} = \frac{41}{12}\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$b) \sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{3} = (1+5-3)\sqrt[3]{3} = 3\sqrt[3]{3}$$

$$c) \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{2}{4}\sqrt{2} + \sqrt{2} = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{4} + 1\right)\sqrt{2} = \left(\frac{2-2+4}{4}\right)\sqrt{2} = \frac{4}{4}\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$d) 5\sqrt{-5} - 7\sqrt{-5} = (5-7)\sqrt{-5} = -2\sqrt{-5}$$

30. Opera las siguientes expresiones:

$$a) 2\sqrt{6} - \sqrt{24} + 5\sqrt{486} =$$

$$= 2\sqrt{2 \cdot 3} - \sqrt{2^3 \cdot 3} + 5\sqrt{2 \cdot 3^5} =$$

$$= 2\sqrt{2 \cdot 3} - 2\sqrt{2 \cdot 3} + 5 \cdot 3^2 \sqrt{2 \cdot 3} =$$

$$= 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 45\sqrt{6} =$$

$$= (2-2+45)\sqrt{6} = 45\sqrt{6}$$

486	2	24	2
243	3	12	2
81	3	6	2
27	3	3	3
9	3	1	
3	3		
1			

$$b) \sqrt{5} + 2\sqrt{45} - \frac{1}{2}\sqrt{20} =$$

$$= \sqrt{5} + 2\sqrt{3^2 \cdot 5} - \frac{1}{2}\sqrt{2^2 \cdot 5} =$$

$$= \sqrt{5} + 2 \cdot 3\sqrt{5} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} =$$

$$= \sqrt{5} + 6\sqrt{5} - \frac{2}{2}\sqrt{5} = \sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 1\sqrt{5} =$$

$$= (1+6-1)\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

20	2	45	3
10	2	15	3
5	5	5	5
1		1	

33. Realiza estas operaciones combinadas de radicales:

$$\begin{aligned}
 a) & (3+a)\sqrt{5} - \sqrt{125} + \sqrt{20a^3} = \\
 & = (3+a)\sqrt{5} - \sqrt{5^3} + \sqrt{2^2 \cdot 5 \cdot a^3} = \\
 & = (3+a)\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + 2a\sqrt{5a} = \\
 & = [(3+a) - 5]\sqrt{5} + 2a\sqrt{5a} = \\
 & = (3+a-5)\sqrt{5} + 2a\sqrt{5a} = (a-2)\sqrt{5} + 2a\sqrt{5a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) & \sqrt{4a^3} - \frac{1}{3}\sqrt{9a^2} + 3\sqrt[4]{a^2} - \frac{5\sqrt{25a}}{2} = \\
 & = \sqrt{2^2 a^3} - \frac{1}{3}\sqrt{3^2 a^2} + 3\sqrt[4]{a^2} - \frac{5\sqrt{5^2 a}}{2} = \\
 & = 2a\sqrt{a} - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot a + 3\sqrt[4]{a^2} - \frac{5 \cdot 5\sqrt{a}}{2} = \\
 & = 2a\sqrt{a} - a + 3\sqrt[4]{a^2} - \frac{25\sqrt{a}}{2} = \\
 & = \left(2a - \frac{25}{2}\right)\sqrt{a} - a + 3\sqrt[4]{a^2} = \\
 & = \left(\frac{4a - 25}{2}\right)\sqrt{a} - a + 3\sqrt[4]{a^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) & \left(\sqrt[6]{4b^3c^4} : \sqrt[4]{2bc^3}\right) - 3 \cdot \left(\sqrt[12]{2b^3} : \sqrt[12]{c}\right) = \\
 & = \left(\sqrt[12]{(4b^3c^4)^2} : (2bc^3)^3\right) - 3\left(\sqrt[12]{2b^3} : c\right) = \\
 & = \left(\sqrt[12]{2^2 b^6 c^8} : 2^3 b^3 c^9\right) - 3\left(\sqrt[12]{2b^3} : c\right) = \\
 & = \sqrt[12]{\frac{2^4 b^6 c^8}{2^3 b^3 c^9}} - 3\left(\sqrt[12]{2b^3} : c\right) = \\
 & = \sqrt[12]{\frac{2 \cdot b^3}{c}} - 3\sqrt[12]{\frac{2b^3}{c}} = (1-3)\sqrt[12]{\frac{2b^3}{c}} = \boxed{-2\sqrt[12]{\frac{2b^3}{c}}}
 \end{aligned}$$

Pag 40 \rightarrow 29(b,c) y 33(b,c,d).

29. Realiza las siguientes operaciones:

$$b) \sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486} =$$

$$= \sqrt{2^3 \cdot 3} - 5\sqrt{2 \cdot 3} + \sqrt{2 \cdot 3^5} =$$

$$= 2\sqrt{2 \cdot 3} - 5\sqrt{2 \cdot 3} + 3^2 \sqrt{2 \cdot 3} =$$

$$= 2\sqrt{6} - 5\sqrt{6} + 9\sqrt{6} = (2 - 5 + 9)\sqrt{6} =$$

$$= 6\sqrt{6}.$$

$$\begin{array}{r} 24 \ 2 \\ 12 \ 2 \\ 6 \ 2 \\ 3 \ 3 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 486 \ 2 \\ 243 \ 3 \\ 81 \ 3 \\ 27 \ 3 \\ 9 \ 3 \\ 3 \ 3 \\ 1 \end{array}$$

$$c) 3\sqrt{x} - \sqrt{4x} + 2\sqrt{36x} = 3\sqrt{x} - \sqrt{2^2 x} + 2\sqrt{3^2 \cdot 2^2 x} =$$

$$= 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{x} = 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 12\sqrt{x} =$$

$$= (3 - 2 + 12)\sqrt{x} = 13\sqrt{x}.$$

33. Efectúa las operaciones extrayendo factores y expresando el resultado lo más simplificado que puedas:

$$b) \sqrt[3]{\frac{1}{2^3}} \cdot \sqrt[3]{3^5} \cdot \sqrt{\frac{2^5}{3}} = \sqrt[6]{\left(\frac{1}{2^3}\right)^2 \cdot (3^5)^2 \cdot \left(\frac{2^5}{3}\right)^3} =$$

$$= \sqrt[6]{\frac{1 \cdot 3^{10} \cdot 2^{15}}{2^6 \cdot 3^3}} = \sqrt[6]{\frac{1 \cdot 3^{10} \cdot 2^{15}}{2^6 \cdot 3^3}} = \sqrt[6]{3^7 \cdot 2^9} = 3 \cdot 2 \sqrt[6]{3 \cdot 2^3} = 6 \sqrt[6]{3 \cdot 2^3}$$

$$c) \sqrt{\frac{10b}{3}} \cdot \sqrt{\frac{5}{6b}} = \sqrt{\frac{50b}{18b}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{5^2}{3^2}} = \frac{5}{3}$$

$$d) \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{3}{2}} = \sqrt[12]{\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3} = \sqrt[12]{\frac{2^6 \cdot 2^4 \cdot 3^3}{3^6 \cdot 3^4 \cdot 2^3}} =$$
$$= \sqrt[12]{\frac{2^{10} \cdot 3^3}{3^{10} \cdot 2^3}} = \sqrt[12]{\frac{2^7}{3^7}}$$

$$e) \sqrt[3]{(x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{x-1}} = \sqrt[6]{[(x-1)^2]^2 \cdot \left(\frac{1}{x-1}\right)^3} =$$

$$\sqrt[6]{(x-1)^4 \cdot \frac{1}{(x-1)^3}} = \sqrt[6]{\frac{(x-1)^4}{(x-1)^3}} =$$

$$= \sqrt[6]{x-1}$$

$$f) \sqrt{(a-1)(a+1)} = \sqrt{a^2 + a - a - 1} = \sqrt{a^2 - 1}$$

31. Efectúa las siguientes operaciones con radicales:

$$a) \left(\sqrt{\frac{2a^3b^4}{3}} \right)^4 = \sqrt{\left(\frac{2a^3b^4}{3} \right)^4} = \sqrt{\frac{2^4 a^{12} b^{16}}{3^4}} = \boxed{\frac{4 \cdot a^6 \cdot b^8}{9}}$$

$$d) \left(3 \cdot \sqrt[3]{\frac{5x^3y}{z^2}} \right)^3 = 3^3 \left(\sqrt[3]{\frac{5x^3y}{z^2}} \right)^3 = 27 \sqrt[3]{\frac{5x^3y}{z^2}} =$$

$$= 27 \cdot \frac{5x^3y}{z^2}$$

$$e) (1 - \sqrt{2})^2 = 1^2 - 2(1\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = \boxed{3 - 2\sqrt{2}}$$

32. Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado.

$$a) \frac{\sqrt[9]{2}}{\sqrt[3]{-6}} = \sqrt[9]{\frac{2}{(-6)^3}} = \sqrt[9]{\frac{2}{-216}} = \sqrt[9]{-\frac{1}{108}}$$

$$b) \frac{\sqrt{2a^3b}}{\sqrt[3]{5ab^2}} = \sqrt[6]{\frac{(2a^3b)^3}{(5ab^2)^2}} = \sqrt[6]{\frac{2^3 a^9 b^3}{5^2 a^2 b^4}} = \sqrt[6]{\frac{2^3 \cdot a^7}{5^2 b}} = a \sqrt[6]{\frac{8a}{25b}}$$

$$c) \frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^{-1}}} = \frac{\sqrt[12]{(a^3)^3 \cdot (a^2)^4}}{\sqrt{a^{-1}}} = \frac{\sqrt[12]{a^9 \cdot a^8}}{\sqrt{a^{-1}}} = \frac{\sqrt[12]{a^{17}}}{\sqrt[12]{a^{-6}}} = \sqrt[12]{a^{17} \cdot a^6} = \sqrt[12]{a^{23}}$$

$$= a \sqrt[12]{a^{11}}$$

$$d) \frac{\sqrt{a^3 \cdot b^6}}{\sqrt[4]{a \cdot b} \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a^3 b^6}}{\sqrt[4]{ab \cdot b^2}} = \sqrt[4]{\frac{(a^3 b^6)^2}{ab \cdot b^2}} = \sqrt[4]{\frac{a^6 b^{12}}{ab^3}} = \sqrt[4]{a^5 b^9}$$

$$= ab^2 \sqrt[4]{ab}$$

PRODUCTOS NOTABLES.

<u>NOMBRE</u>	<u>PRODUCTO NOTABLE</u>	<u>FACTORIZA y DESARROLLO</u>
Cuadrado de una suma	$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b)$
Cuadrado de una resta	$(a - b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b)$
Diferencia de cuadrados	$a^2 - b^2$	$(a-b)(a+b)$

$$(5+x)^2 = 25 + 10x + x^2 = \boxed{x^2 + 10x + 25} \rightarrow (5+x)(5+x)$$

$$(49 - y^2) = (7-y)(7+y)$$

$$25 - 10x + x^2 = (5-x)^2 \rightarrow (5-x)(5-x)$$

$$(2ab - 5a^2)^2 = 4a^2b^2 - 20a^3b + 25a^4 \rightarrow (2ab - 5a^2)(2ab - 5a^2)$$

$$4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2 \rightarrow (2x - 5)(2x - 5)$$

$$(7x^2 - 5y^3)^2 = 49x^4 - 70x^2y^3 + 25y^6 \rightarrow (7x^2 - 5y^3)(7x^2 - 5y^3)$$

$$64a^2 - 81a^4b^2 = (8a + 9a^2b)(8a - 9a^2b)$$

25. Calcula las siguientes potencias:

$$a) (\sqrt[3]{12})^4 = \sqrt[3]{12^4} = 12^{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[4]{5^3} = 5^{\frac{3}{4}}$$

$$(\sqrt[3]{12})^4 = \sqrt[3]{12^4} = 12^3 \sqrt{12}$$

$$b) (5\sqrt{15})^3 = 5^3 \sqrt{15^3} = 5^3 \cdot 15 \sqrt{15} = 5^3 \cdot 5 \cdot 3 \sqrt{15} = 5^4 \cdot 3 \sqrt{15}$$

$$1. 5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{5^3}$$

$$2. (7x^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{7x^2}$$

$$3. \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{2}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^5}$$

$$4. \left(\frac{7x}{3y}\right)^{\frac{6}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7x}{3y}\right)^6} = \sqrt[3]{\left(\left(\frac{7x}{3y}\right)^3\right)^2} = \left(\frac{7x}{3y}\right)^2 = \frac{49x^2}{9y^2}$$

$$5. 8\sqrt{16^3} = 2^3 \sqrt{(2^4)^3} = 2^3 \sqrt{2^{12}} = 2^3 \cdot 2^6 = 2^9$$

$$6. 25\sqrt{150a^3b^4} = 25\sqrt{5^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot a^3 b^4} = 25 \cdot 5ab^2 \sqrt{6a} = 5^3 ab^2 \sqrt{6a}$$

$$7. 2\sqrt{6} - \sqrt{24} + 3\sqrt{54} - 5\sqrt{96} =$$

$$= 2\sqrt{3 \cdot 2} - \sqrt{2^3 \cdot 3} + 3\sqrt{3^3 \cdot 2} - 5\sqrt{2^5 \cdot 3} =$$

$$= 2\sqrt{3 \cdot 2} - 2\sqrt{2 \cdot 3} + 3 \cdot 3\sqrt{3 \cdot 2} - 5 \cdot 2^2 \sqrt{2 \cdot 3}$$

$$= 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 9\sqrt{6} - 20\sqrt{6} =$$

$$= (2 - 2 + 9 - 20)\sqrt{6} = -11\sqrt{6}$$

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3

$$\begin{aligned}
 8. \quad & 4\sqrt{12} - \sqrt{3} + 2\sqrt{147} - 6\sqrt{300} + \sqrt{243} = \\
 & = 4\sqrt{3 \cdot 2^2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{3 \cdot 7^2} - 6\sqrt{3 \cdot 5^2 \cdot 2^2} + \sqrt{3^5} = \\
 & = 4 \cdot 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2 \cdot 7\sqrt{3} - 6 \cdot 5 \cdot 2\sqrt{3} + 3^2\sqrt{3} = \\
 & = 8\sqrt{3} - \sqrt{3} + 14\sqrt{3} - 60\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = \\
 & = (8 - 1 + 14 - 60 + 9)\sqrt{3} = \boxed{-30\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

26. Realiza las raíces y simplifica el resultado:

$$a) \sqrt[3]{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[6]{8}$$

$$b) \sqrt[4]{5\sqrt[3]{3}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{5 \cdot 5^3}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{5^4}} = \sqrt[12]{5^4}$$

$$\begin{aligned}
 c) \sqrt[3]{5\sqrt[6]{2^2\sqrt[7]{4}}} &= \sqrt[3]{\sqrt[6]{5^6 \cdot 2^2\sqrt[7]{4}}} = \sqrt[3]{\sqrt[6]{4 \cdot (5^6)^7 \cdot (2^2)^7}} \\
 &= \sqrt[126]{4 \cdot 5^{42} \cdot 2^{14}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[5]{\frac{5\sqrt{3}}{3}} &= \frac{\sqrt[5]{5\sqrt{3}}}{\sqrt[5]{3}} = \frac{\sqrt[5]{\sqrt{3 \cdot 5^2}}}{\sqrt[5]{3}} = \frac{\sqrt[10]{3 \cdot 5^2}}{\sqrt[5]{3}} = \sqrt[10]{\frac{3 \cdot 5^2}{3^2}} = \\
 &= \sqrt[10]{\frac{5^2}{3}}
 \end{aligned}$$

$$\left(\sqrt[3]{6}\right)^{-4} = \frac{1}{\sqrt[3]{6^4}} = \frac{1}{6\sqrt[3]{6}}$$